Rispetta le funzioni

$$Se\ x \in I\ e\ \phi x = \phi y\ allora\ y \in I$$

Teorema del parametro

Sia $f{:}\,N^2 \to N$ una funziona calcolabile. Allora esiste una funziona calcolabile totale $g{:}\,N \to N$ tale che:

$$\phi_{s(x)}(y) = f(x,y)$$

Dimostrazione:

Definiamo un programma che calcola *g. g(x)* è uguale alla codifica del seguente programma:

$$(0\ ||\ P^1_{1,1});S^x;f$$

Se applichiamo il programma *g(x)* all'input y otteniamo:

$$y \to 0,y \to x,y \to f(x,y)$$

Primo teorema di Rice

Sia I ⊆ N che rispetta le funzioni. Allora:

1. I è decidibile se I=N o I=∅
2. Se {x : $\Phi x = f\emptyset$} ⊆ I allora I non è semi decidibile;
3. Se {x : $\Phi x = f\emptyset$} ⊆ $\bar{I}$ allora I non è semi decidibile;

Se I=N o I=∅ è decidibile. Supponiamo $\emptyset \neq I \neq N$. I rispetta le funzioni quindi 2 o 3.

Supponiamo 1. Scegliamo c ∈ $\bar{I}$:

$$f(x,y) = \begin{cases} \phi c(y)\ sse\ x \in K \\ \uparrow sse\ x\ \notin K \end{cases} \quad f\ calcolabile$$

Applichiamo il teorema del parametro per avere una funzione calcolabile TOTALE:

$$f(x,y) = \phi_{s(x)}(y)$$

Quindi:

$$x \in K \to\ \forall y\left(\phi_{s(x)}(y) = \phi c(y)\right) \to\ \phi_{s(x)} = \phi c\ \to\ \ s(x)\ sta\ in\ \bar{I}$$
$$(perch\grave{e}\ c \in \bar{I}\ e\ \bar{I}\ rispetta\ le\ funzioni)$$

$$x \in \bar{K} \to\ \forall y(\phi_{s(x)}(y) =\uparrow) \to\ \phi_{s(x)} = f\emptyset \to\ \ s(x)\ sta\ in\ I$$
$$(perch\grave{e}\ \{\mathrm{x} :\ \Phi x = f\emptyset\}\ \subseteq\ \mathrm{I\ e\ I\ rispetta\ le\ funzioni})$$

Abbiamo ridotto K a $\bar{I}$. Ne segue che $I\ e\ \bar{I}$ non sono decidibili. Dato che $\bar{K}$ è $ridotto\ a\ I$, abbiamo che I non è semi decidibile. Proprietà negative si trasmettono in avanti quelle positive indietro.