

Tipo Dizionario (array)

Composizione struttura:

key: chiave dell'elemento

info: valore collegato alla chiave *key*

S = array *s*

k = chiave *k* da trovare

p = primo elemento dell'array

r = ultimo elemento dell'array

searchindex(*S*, *k*, *p*, *r*) -> indice

```
    if p > r
```

```
        return -1
```

```
    else
```

```
        m = parteIntera( (p+r)/2 )
```

```
        if S[m].key == k
```

```
            return m
```

```
        else if S[m].key > k
```

```
            return searchindex(S, k, p, m-1)
```

```
        else
```

```
            return searchindex(S, k, m-1, r)
```

Complessità: $TETA(\log(n))$

S = array *s*

e = nuova info da inserire (collegata alla chiave *k*)

k = nuova chiave da inserire

insert(*S*, *e*, *k*)

```
    reallocate(S, S.length+1)
```

```
    i = 1
```

```
    while i<S.length and S[i].key<k
```

```
        i=i+1
```

```
    for j=S.length downTo i+1
```

```
        S[j] = S[j-1]
```

```
    S[i].key = k
```

```
    S[i].info = e
```

Complessità: $O(n)$

S = array *s*

k = chiave *k* da trovare

search(*S*, *k*) -> valore

```
    i = searchindex(S, k, 1, S.length)
```

```
    if i== -1
```

```
        return NULL
```

```
    else
```

```
        return S[i].info
```

Complessità: $O(\log(n))$

```

S = array S
k = chiave k dell'elemento da eliminare
delete(S, k)
    i = searchindex(S, k, 1, S.length)
    for j=i to S.length-1
        S[j]=S[j+1]
    reallocate(S, S.length-1)

```

Complessità: $TETA(\log(n)) + O(n) = O(n)$

Tipo Dizionario basato su Liste

Nodo della lista:

```

elem: info del nodo
chiave: chiave del nodo
prev: nodo precedente
next: nodo successivo

```

Lista:

```

head: testa della lista

```

L = Dizionario L

e = info da inserire in L (collegata alla chiave k)

k = chiave da inserire in L

```

insert(L, e, k)
    p = creaNodo(e, k)
    p.next = L.head
    if L.head != NULL
        L.head.prev = p
    L.head = p
    p.prev = NULL

```

Complessità: $TETA(1)$

L = Dizionario L

k = chiave k dell'info da ricercare

```

search(L, k) -> valore
    x = L.head
    while x!=NULL and x.key!=k
        x=x.next
    if x!=NULL
        return x.info
    else
        return NULL

```

Complessità: $O(n)$

L = Dizionario L

k = chiave dell'elemento da eliminare

```
delete(L, k)
    x=L.head
    while x!=NULL and x.key!=k
        x=x.next
    if x.next!=NULL
        x.next.prev = x.prev
    if x.prev!=NULL
        x.prev.next = x.next
    else
        L.head = x.next
    remove(x)
```

Complessità: $O(n)$

Stack tramite Array

Composizione Stack:

v : vettore

top : indice dell'ultimo elemento inserito

```
initstack() -> stack
    S = allocate(n)
    S.top=0
    return S
```

Complessità: $TETA(1)$

S = Stack

```
stack_empty(S) -> bool
    if S.top==0
        return true
    else
        return false
```

Complessità: $TETA(1)$

S = Stack

e = elemento da inserire nello Stack

```
push(S, e)
    S.top = S.top+1
    S.v[S.top] = e
```

Complessità: $TETA(1)$

S = Stack

```
pop(Stack S) -> elem
    S.top=S.top-1
    return S.v[S.top+1]
```

Complessità: $TETA(1)$

```
S = Stack S
top(S) -> val
    return S.v[S.top]
```

Coda FIFO basata su Array Circolari

Composizione della coda:

v = vettore
head = indice del vettore che rappresenta la testa della coda
tail = indice del vettore in cui viene inserito l'elemento

```
initqueue() -> coda
    Q = allocate(n)
    Q.tail = Q.head = 1
    return Q
```

Complessità: TETA(1)

Q = Coda Q

```
queue_empty(Q) -> bool
    if Q.head == Q.tail
        return true
    else
        return false
```

Complessità: TETA(1)

Q = Coda Q

e = elemento da inserire nella Coda

```
enqueue(Q, e)
    Q.v[Q.tail] = e
    if Q.tail == Q.v.length
        Q.tail = 1
    else
        Q.tail = Q.tail + 1
```

Complessità: TETA(1)

Q = Coda Q

```
dequeue(Q) -> elem
    x = Q.v[Q.head]
    if Q.head == Q.v.length
        Q.head = 1
    else
        Q.head = Q.head + 1
    return x
```

Complessità: TETA(1)

```
Q = Coda Q
first(Q) -> elem
    return Q.v[Q.head]
```

Complessità: TETA(1)

Coda FIFO implementata con due Stack

Composizione Coda:

s1: primo Stack
s2: secondo Stack

```
Q = Coda Q
e = elemento e da inserire nella Coda
enqueue(Q, e)
    push(Q.s1, e)
```

Complessità: TETA(1)

```
Q = Coda Q
dequeue(Queue Q) -> elem
    if stack_empty(Q.s2)
        while not stack_empty(Q.s1)
            push(Q.s2, pop(Q.s1))
    return pop(Q.s2)
```

Complessità: TETA(n)

Stack implementato con due Code FIFO

Composizione Stack:

q1: prima Coda
q2: seconda Coda

```
S = Stack S
e = elemento e da inserire nello Stack
push(S, e)
    enqueue(S.q1, e)
```

Complessità: TETA(1)

```
S = Stack S
pop(S) -> elem
    x = dequeue(S.q1)
    while not queue_empty(S.q1)
        enqueue(S.q2, x)
        x = dequeue(S.q1)
    p = S.q1
    S.q1 = S.q2
    S.q2 = p
    return x
```

Complessità: TETA(n)

Lista Semplice

Composizione Nodo:

key: valore del Nodo

next: prossimo Nodo

Composizione Lista:

head: Nodo in testa alla Lista

Lista Doppia

Composizione Nodo:

key: valore del Nodo

next: prossimo Nodo

prev: Nodo precedente

Composizione Lista:

head: Nodo in testa alla Lista

Lista Doppia con Nodo Sentinella

Composizione Nodo:

key: valore del Nodo

next: prossimo Nodo

prev: Nodo precedente

Composizione Lista:

null: Nodo Sentinella

```
create() -> lista
    L = allocate()
    L.null.prev = L.null
    L.null.next = L.null
    return L
```

L = Lista

x = Nodo da eliminare

```
delete(L, x)
```

```
    x.prev.next = x.next
```

```
    x.next.prev = x.prev
```

```
    remove(x)
```

L = Lista

x = Nodo da inserire

```
insert(L, x)
```

```
    x.next=L.null.next
```

```
    x.next.prev=x
```

```
    x.prev=L.null
```

Lista rappresentate con più array

Composizione Lista:

next: vettore contenente l'indice del prossimo elemento nell'array *key*

key: vettore contenente gli elementi della lista

prev: vettore contenente l'indice dell'elemento precedente nell'array *key*

free: indice dell'array *next* che indica il prossimo elemento allocabile

```

create() -> list
    L = allocate(n)
    L.prev[1] = 0
    L.next[n-1] = 0
    return L

```

L = Lista

```

allocate_object(L) -> indice
    if L.free==0
        errore "Spazio esaurito!"
    else
        x = L.free
        L.free = L.next[x]
    return x

```

L = Lista

```

x = indice dell'elemento da liberare
free_object(L, x)
    L.next[x]=L.free
    L.free=x

```

Rappresentazione di un albero tramite array

Composizione Nodo:

info: valore del Nodo
parent: indice del padre

Composizione Albero:

p: vettore dei nodi dell'albero

T = Albero T

v = Indice del nodo di cui si vuole sapere chi è il padre

```

padre(T, v) -> indicePadre
    if (T.p[v]==0)
        return NULL
    else
        return T.p[v].parent

```

Complessità: TETA(1)

T = Albero T

v = Indice del nodo di cui vogliamo sapere i figli

```

figli(T, v) -> lista
    l = creaLista()
    for i=1 to n
        if T.p[i].parent == v
            aggiungi(l, v)
    return l

```

Complessità: TETA(n)

Rappresentazione Albero con vettori posizionali

Composizione Albero:

n: vettore dei nodi dell'albero

P = Albero *P*

v = indice del nodo di cui si vuole sapere chi è il padre

```
padre(P, v) -> indicePadre
    if v==0
        return NULL
    else
        return parteIntera( (v-1)/k )
```

Complessità: $TETA(1)$

P = Albero *P*

v = indice del nodo in cui si vuole sapere quali sono i figli

```
figli(P, v) -> lista
    l = creaLista()
    if v*k+1 >= n
        return l
    else
        for i=0 to k-1
            aggiungi(l,v)
        return l
```

Complessità: $TETA(k)$

Rappresentazione con strutture collegate (figlioSX, fratelloDX) di alberi binari

Composizione Nodo:

key: valore del Nodo

p: puntatore al padre

left_child: figlio più a sinistra

right_sibiling: fratello a destra

Composizione Albero:

root: Nodo radice

v = Nodo *v* di cui si vogliono sapere i figli

```
figli(v) -> lista
    l = creaLista()
    iter = v.left_child
    while iter != NULL
        aggiungi(l, iter)
        iter = iter.right_sibiling
    return l
```


u = Nodo di un albero

```
dimezzaValoriInLVPari(u)
    if u!=NULL
        u.key = u.key/2
        dimezzaValoriInLVPari(u.right_sibiling)
        iter = u.left_child
        while iter!=NULL
            dimezzaValoriInLVPari(iter.left_child)
            iter=iter.right_sibiling
```

Complessità: TETA(n)

Rappresentazione con strutture collegate di alberi binari

Composizione Nodo:

p: puntatore al padre
left: puntatore al figlio sinistro
right: puntatore al figlio destro
key: valore del nodo

v = Nodo di un albero

```
padre(v) -> nodoPadre
    return v.p
```

Complessità: TETA(1)

v = Nodo di un albero

```
figli(v) -> lista
    l = creaLista()
    if v.left != NULL
        aggiungi(l, v.left)
    if v.right != NULL
        aggiungi(l, v.right)
    return l
```

Complessità: TETA(1)

r = Nodo di un albero

```
visitaDFS(r)
    S = initstack()
    push(S,r)
    while not stack_empty(S)
        u = pop(S)
        if u!=NULL
            visita u
            push(S, u.left)
            push(S, u.right)
```

Complessità: O(n)

r = Nodo di un albero

```
visitaBFS(r)
    C = initqueue()
    enqueue(C, r)
    while not queue_empty(C)
        u = dequeue(C)
        If u!=NULL
            visita u
            enqueue(C, u.left)
            enqueue(C, u.right)
```

Complessità: O(n)

u = Nodo di un albero

```
altezza(u) -> h
    if u==NULL
        return -1
    else
        return 1 + max(altezza(u.left), altezza(u.right))
```

Complessità: TETA(n)

u = Nodo di un albero

```
numFoglie(u) -> tot
    if u==NULL
        return 0
    else
        if u.left==NULL and u.right==NULL
            return 1
        else
            return foglie(u.left) + foglie(u.right)
```

Complessità: TETA(n)

r = albero di cui si vuole sapere il *t_bilanciamento*

```
tbilanciato(r) -> <t_bilanciamento, altezza>
    if r == NULL
        return <0, -1>
    <t1, h1> = tbilanciato(r->left)
    <tr, hr> = tbilanciato(r->right)
    max = h1 - hr
    if max < 0
        max = max * (-1)
    if max < t1
        max = t1
    if max < tr
        max = tr
    if h1 > hr
        h = h1 + 1
    else
        h = hr + 1
    return <max, h>
```

Complessità: O(n)

u = Nodo di un albero

sum = somma per determinare se un nodo è nodo centrale

```
contaNodiCentrali(u, sum) -> <numNodiCentrali, numFoglie>
  if u==NULL
    return <0,0>
  else
    if u.left==NULL and u.right==NULL
      foglie=1
      nodi = 0
    else
      <numCentroSX, foglieSX> =
contaNodiCentrali(u.left, sum+u.key)
      <numCentroDX, foglieDX> =
contaNodiCentrali(u.right, sum+u.key)
      foglie = foglieSX + foglieDX
      nodi = numCentroSX + numCentroDX
    if foglie == sum+u.key
      nodi = nodi+1
    return <nodi, foglie>
```

Complessità: TETA(n)

vant = Array di valori di un albero visitati in preordine

vsim = Array di valori di un albero visitati in ordine simmetrico

infant = indice inferiore di *vant*

supant = indice superiore di *vant*

infsim = indice inferiore di *vsim*

supsim = indice superiore di *vsim*

ricostruisci(*vant*, *vsim*, *infant*, *supant*, *infsim*, *supsim*) ->
albero

```
  if infant > supant
    return NULL
  if infant == supant
    return creaNodo(vant[infant])
  i = infsim
  while vsim[i] != vant[infant]
    i++
  r = creaNodo(vant[infant])
  r.left = ricostruisci(vant, vsim, infant+1, infant + (i -
infsim), i-1)
  r.right = ricostruisci(vant, vsim, infant + 1 + (i-infsim),
supant, i+1, supsim)
  return r
```

Complessità: O(n^2)

Alberi binari di ricerca

Composizione nodo:

key: valore di riferimento del nodo

right: nodo di destra (la sua chiave deve essere \geq key)

left: nodo di sinistra (la sua chiave deve essere $<$ key)

p: padre del nodo

Composizione albero:

root: radice dell'albero

x = Nodo di un albero binario di ricerca

k = elemento da ricercare nell'abr di *x*

`tree_search(x, k) -> nodo`

```
    if x==NULL or x.key==k
```

```
        return x
```

```
    else if k < x.key
```

```
        return tree_search(x.left, k)
```

```
    else
```

```
        return tree_search(x.right, k)
```

Complessità: $O(h)$

x = Nodo di un albero binario di ricerca

k = elemento da ricercare nell'abr di *x*

`tree_search_iter(x, k) -> nodo`

```
    while x!=NULL and x.key!=k
```

```
        if k<x.key
```

```
            x=x.left
```

```
        else
```

```
            x=x.right
```

```
    return x
```

Complessità: $O(h)$

x = Nodo di un albero binario di ricerca

`tree_minium(x) -> nodo`

```
    while x.left!=NULL
```

```
        x=x.left
```

```
    return x
```

Complessità: $O(h)$

```

x = Nodo di un albero binario di ricerca
tree_successor(x) -> nodo
    if x.right!=NULL
        return tree_minium(x.right)
    else
        y=x.p
        while y!=NULL and x==y.right
            x=y
            y=y.p
        return y

```

Complessità: $O(h)$

```

T = albero binario di ricerca
z = nodo da inserire in T
tree_insert(T, z)
    y = NULL
    x = T.root
    while x!=NULL
        y=x
        if z.key < x.key
            x=x.left
        else
            x=x.right
    z.p=y
    if y == NULL
        T.root=z
    else if z.key<y.key
        y.left=z
    else
        y.right=z

```

Complessità: $O(h)$

```

T = albero binario di ricerca
u = sotto-albero da sostituire
v = sotto-albero che sostituirà u
transplant(T, u, v)
    if u.p == NULL
        T.root = v
    else
        if u == u.p.left
            u.p.left=v
        else
            u.p.right=v
    if v!=NULL
        v.p=u.p

```

Complessità: $O(1)$

```

T = albero binario di ricerca
z = nodo da eliminare
tree_delete(t, z)
    if z.left == NULL
        transplant(T, z, z.right)
    else if z.right == NULL
        transplant(T, z, z.left)
    else
        y = tree_minium(z.right)
        if (y.p != z)
            transplant(T, y, y.right)
            y.right = z.right
            z.right.p = y
        transplant(T, z, y)
        y.left = z.left
        z.left.p = y

```

Complessità: $O(h)$

Algoritmi di ordinamento

```

A = Array
k = elemento da inserire
insertionsort(A, k)
    for j=k to A.length
        i = j-1
        while i>0 and k<A[i]
            A[i+1] = A[i]
            i = i-1
        A[i+1] = k

```

Complessità: $THETA(n^2)$

```

A = Array
p = indice primo elemento array
r = indice ultimo elemento array
mergesort(A, p, r)
    if p<r
        q = parteIntera( (p+r)/2 )
        mergesort(A, p, q)
        mergesort(A, q+1, r)
        merge(A, p, q, r)

```

Complessità: $THETA(n \cdot \log(n))$

```

A = Array
p = indice inizio "primo" array
q = indice fine "primo" array
r = indice fine "secondo" array
merge(A, p, q, r)
    n1 = q-p+1
    n2 = r-q
    L=creaArray(n1+1)
    R=creaArray(n2+1)
    for i=1 to n1
        L[i] = A[p+i-1]
    for i=1 to n2
        R[i] = A[q+i]
    L[n1+1] = inf
    R[n2+1] = inf
    i = j = 1
    for k=p to r
        if L[i] <= R[j]
            A[k] = L[i]
            i = i+1
        else
            A[k] = R[j]
            j = j+1

```

Complessità: THETA(n)